

**ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ
ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ**

**COMPUTER SCIENCE, COMPUTER
ENGINEERING AND CONTROL**

УДК 51-74

doi: 10.21685/2072-3059-2023-4-1

**Целесообразность использования «исправленных» дисперсий
при оценке неопределенности результата измерения**

С. А. Добротин¹, О. Н. Косырева²

^{1,2}Дзержинский филиал Российской академии народного хозяйства
и государственной службы при Президенте Российской Федерации,
Дзержинск, Россия

¹dobrotin59@mail.ru, ²lelia7@list.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* При оценке неопределенности результата измерения используются «исправленные» дисперсии. Это приводит к нарушению правила сложения дисперсий, имеющему большое прикладное значение в метрологических расчетах. Цель работы – статистическая проверка значимости отличия выборочных дисперсий, получаемых осреднением сумм квадратов отклонений как по объему выборки, так и по числам степеней свободы, по сравнению с их отличием от генеральной дисперсии. Объектом исследования являются малые выборки нормально распределенной случайной величины. Предметом исследования являются средние суммы квадратов отклонений. *Материалы и методы.* Исследования выполнены с использованием метода численного имитационного эксперимента (метод Монте-Карло), метода сопоставления (сравнения) и метода тестирования статистических гипотез. *Результаты.* По большому количеству выборок (10^4) малого объема стандартной нормально распределенной случайной величины определялись выборочные дисперсии и стандартные отклонения с осреднением по объему выборки или по числам степеней свободы. Проведено их сравнение друг с другом и с генеральными параметрами. *Выводы.* В случае малых выборок, характерных для проведения измерений по стандартизованным методикам, установлено: наличие смещения выборочного «исправленного» стандартного отклонения относительно генерального; статистическая незначимость способа осреднения сумм квадратов отклонений (по объему выборки или по числам степеней свободы). Способ осреднения по объему выборки приводит к точному выполнению правила сложения дисперсий и, следовательно, более предпочтителен при вычислении дисперсий в нисходящем методе оценки неопределенности результатов измерений.

Ключевые слова: дисперсия, неопределенность, смещенность оценки, имитационный эксперимент, статистическая гипотеза

Для цитирования: Добротин С. А., Косырева О. Н. Целесообразность использования «исправленных» дисперсий при оценке неопределенности результата измерения //

© Добротин С. А., Косырева О. Н., 2023. Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 License / This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License.

Expediency of using “corrected” variances when evaluating measurement result uncertainty

S.A. Dobrotin¹, O.N. Kosyreva²

^{1,2}Dzerzhinsk branch of The Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Dzerzhinsk, Russia

¹dobrotin59@mail.ru, ²lelia7@list.ru

Abstract. *Background.* When estimating the uncertainty of the measurement result, “corrected” variances are used. This leads to a violation of the rule for adding dispersions, which is of great practical importance in metrological calculations. The purpose of the work is a statistical test of the significance of the difference in sample variances obtained by averaging the sums of squared deviations both over the sample size and the number of degrees of freedom, compared with their difference from the general variance. The object of the study is small samples of a normally distributed random variable. The subject of the study is the average sums of squared deviations. *Materials and methods.* The studies were carried out using: the method of numerical simulation experiment (Monte Carlo method), the method of comparison (comparison), the method of testing statistical hypotheses. *Results.* Using a large number of samples (104) of a small volume of a standard normally distributed random variable, sample variances and standard deviations were determined with averaging over the sample size or over the number of degrees of freedom. They are compared with each other and with general parameters. *Conclusions.* In the case of small samples, typical for measurements by standardized methods, it was found: the presence of a bias of sample “corrected” standard deviation relative to the general one; statistical insignificance of the method of averaging the sums of squared deviations (by sample size or by degrees of freedom). The method of averaging over the sample size leads to the exact implementation of the rule of addition of variances and, therefore, is more preferable when calculating variances in the top-down method for estimating the uncertainty of measurement results.

Keywords: variance, uncertainty, estimate bias, simulation experiment, statistical hypothesis

For citation: Dobrotin S.A., Kosyreva O.N. Expediency of using “corrected” variances when evaluating measurement result uncertainty. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Engineering sciences.* 2023;(4):5–17. (In Russ.). doi: 10.21685/2072-3059-2023-4-1

Введение

При представлении результата измерения должна быть указана его расширенная неопределенность как характеристика качества¹. Она определяется как величина, кратная суммарному стандартному отклонению. При восходящем подходе оно определяется как квадратный корень из взвешенной суммы дисперсий величин, определяющих результат измерения². Обязательным условием при этом является наличие уравнения измерения, после чего можно выполнить все необходимые процедуры и расчеты [1].

¹ ПМГ 96-2009. Результаты и характеристики качества измерений. Формы представления. М. : Стандартинформ, 2010. 14 с.

² ГОСТ 34100.3-2017/ISO/IEC Guide 98-3:2008. Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения. М. : Стандартинформ. 2017. 83 с.

При нисходящем подходе суммарная дисперсия разбивается на составляющие, соответствующие отдельным факторам. Эти составляющие определяются в соответствии с правилами дисперсионного анализа, который основывается на правиле сложения дисперсий. Для случая наличия одного фактора для генеральных параметров это правило имеет вид [2]:

$$\sigma_{\text{общ}}^2 = \sigma_{\text{вг}}^2 + \sigma_{\text{мг}}^2, \quad (1)$$

где $\sigma_{\text{общ}}^2$, $\sigma_{\text{вг}}^2$ и $\sigma_{\text{мг}}^2$ – соответственно общая, внутри- и межгрупповая дисперсии.

При обработке выборок малого объема, что характерно для практики проведения измерений в самых различных областях [3, 4], получают оценки дисперсий. Считается, что при выполнении требований несмещенности и состоятельности оценок данное правило должно выполняться и для соответствующих выборочных дисперсий, т.е.

$$s_{\text{общ}}^2 = s_{\text{вг}}^2 + s_{\text{мг}}^2, \quad (2)$$

где $s_{\text{общ}}^2$, $s_{\text{вг}}^2$ и $s_{\text{мг}}^2$ – соответственно общая, внутригрупповая и межгрупповая выборочные дисперсии.

Применение данной формулы в области метрологии приводит к ряду частных, но (с точки зрения практической значимости) важных случаев (табл. 1).

Таблица 1

Частные случаи формулы сложения дисперсий

Формула	Назначение	Источник информации
$s_R^2 = s_r^2 + s_L^2$	Оценка воспроизводимости стандартного метода измерений	ГОСТ Р ИСО 5725-2-2002. Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений. Часть 2. Основной метод определения повторяемости и воспроизводимости стандартного метода измерений
$s_{meas}^2 = s_{sampling}^2 + s_{analytical}^2$	Оценка неопределенности пробоотбора	Руководство Eurachem/CITAC. Неопределенность измерения, связанная с отбором пробы. Руководство по методам и подходам
$s_R^2 = s_r^2 + s_{(1)}^2 + s_{(0)}^2$	Оценка составляющих общей дисперсии, характеризующих вклад отдельных факторов в нисходящем методе расчета неопределенности стандартного метода измерений	ГОСТ Р ИСО 5725-3-2002. Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений. Часть 3. Промежуточные показатели прецизионности стандартного метода измерений. Приложение В.1

Примечание. Расшифровка подстрочных индексов у выборочных дисперсий: R – воспроизводимость; r – повторяемость; L – межлабораторное различие; $meas$ – измерение; $sampling$ – пробоотбор; $analytical$ – единичный анализ; (1) и (0) – уровни факторов.

Дисперсия случайной величины по определению является математическим ожиданием квадрата отклонения случайной величины от своего математического ожидания, поэтому оценка дисперсии этой величины, получаемая по результатам единичных определений, может быть найдена как среднее арифметическое квадратов отклонений. При осреднении по числу элементов выборки полученная оценка дисперсии является смещенной [2], поэтому осреднение в практике измерений производится по числу степеней свободы данной статистики

$$s^2 = \frac{SS}{f}, \quad (3)$$

где s^2 – оценка дисперсии; SS – сумма квадратов отклонений; f – число степеней свободы (ЧСС) дисперсии.

У такого подхода есть несколько негативных последствий. Во-первых, как показано в [5], при работе с выборками ограниченного объема правило сложения оценок дисперсий, выражаемое формулой (2), не выполняется. В этом случае выполняется только правило сложения сумм квадратов отклонений:

$$SS_{\text{общ}} = SS_{\text{вг}} + SS_{\text{мг}}, \quad (4)$$

где $SS_{\text{общ}}$, $SS_{\text{вг}}$ и $SS_{\text{мг}}$ – соответственно общая, внутригрупповая и межгрупповая суммы квадратов отклонений.

Указанные суммы определяются следующим образом:

$$SS_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^p (x_{ij} - \bar{x})^2; \quad (5)$$

$$SS_{\text{вг}} = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^q (x_{ij} - \bar{x}_j)^2; \quad (6)$$

$$SS_{\text{мг}} = q \sum_{j=1}^p (\bar{x}_j - \bar{x})^2, \quad (7)$$

где q – количество элементов в отдельной группе; p – количество групп; x_{ij} – i -е значение величины x в j -й группе; \bar{x} – общая средняя; \bar{x}_j – средняя в j -й группе.

Множитель q в формуле (7) присутствует, поскольку межгрупповую сумму квадратов отклонений нужно, аналогично формулам (5), (6), находить как двойную сумму, а именно:

$$SS_{\text{мг}} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^p (\bar{x}_j - \bar{x})^2, \quad (8)$$

что и приводит к равенству (7).

Причиной невыполнения формулы (2) является различие ЧСС отдельных слагаемых в формуле сложения квадратов отклонений. ЧСС общей, внутригрупповой и межгрупповой выборочных дисперсий определяются [2] как

$$f_{\text{общ}} = pq - 1; \quad (9)$$

$$f_{\text{вг}} = p(q - 1); \quad (10)$$

$$f_{\text{мг}} = p - 1, \quad (11)$$

что и приводит к нарушению равенства (2).

Во-вторых, в силу случайного характера формирования выборки любая статистика, рассчитываемая по этой выборке, будет являться случайной величиной. При выполнении измерений по стандартизованным методикам число единичных определений, по которым рассчитывается результат измерения, очень мало. Часто результат измерения рассчитывается всего по двум единичным определениям. Требование же несмещенности оценки не гарантирует близости полученного значения параметра, рассчитанного по отдельной выборке, к генеральному. По этой причине используются не точечные, а интервальные оценки. Границы интервальной оценки генерального стандартного отклонения случайной величины относительно точечной оценки можно определить предельным отклонением величины

$$\Delta = |s_x - \sigma_x|, \quad (12)$$

где s_x и σ_x – соответственно «исправленное» выборочное и генеральное стандартные отклонения случайной величины x .

Данная величина, представленная в относительном виде

$$q = \frac{\Delta}{s_x}, \quad (13)$$

для случая нормально распределенной случайной величины зависит от доверительной вероятности γ и от объема выборки n . При доверительной вероятности $\gamma = 0,95$ ее значение при объеме выборки в 5 элементов будет больше единицы [2], не говоря уже о меньших объемах выборки. Все это указывает на возможную незначимость различия в способах осреднения при расчете выборочных стандартных отклонений.

В связи с этим для случая малых выборок актуальной задачей является статистическая проверка значимости отличия выборочных стандартных отклонений, получаемых осреднением сумм квадратов отклонений как по объему выборки, так и по ЧСС рассчитываемых статистик, по сравнению с отличием выборочного стандартного отклонения от соответствующего генерального параметра. Формулируемая гипотеза такова: «В случае малых выборок отклонение «исправленной» оценки дисперсии от генерального параметра имеет такое значение, что смещенность оценки, получаемая при осреднении суммы квадратов по объему выборки, является незначимой».

Материалы и методы

Для формирования выборки, необходимой для дальнейших расчетов, использовался метод Монте-Карло, широко применяемый при аналогичных

статистических исследованиях и, в частности, при сравнении дисперсий [6, 7].

В ходе численного эксперимента с помощью генератора случайных чисел, имеющегося в пакете Microsoft Excel, формировалась малая выборка стандартной нормально распределенной случайной величины объемом q элементов. Параметры закона распределения: математическое ожидание $m_x = 0$, стандартное отклонение $\sigma_x = 1$.

При осреднении по числу степеней свободы выборочная дисперсия определялась следующим образом:

$$s1_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^q (x_i - \bar{x})^2}{q-1}, \quad (14)$$

где x_i – значение случайной величины в выборке; \bar{x} – среднее значение случайной величины в выборке.

При осреднении по объему выборки выборочная дисперсия имеет вид

$$s2_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^q (x_i - \bar{x})^2}{q}. \quad (15)$$

По полученным значениям оценок дисперсий находились соответствующие стандартные отклонения.

Поскольку при расчете расширенной неопределенности результатов измерений используется стандартная неопределенность, то при проверке гипотезы можно сопоставить между собой, с одной стороны: различие оценок стандартных отклонений, получаемых из дисперсий по формулам (14), (15), т.е.

$$\Delta s = s1_x - s2_x, \quad (16)$$

и, с другой стороны, различие между «исправленным» выборочным и генеральным стандартным отклонением, т.е.

$$\Delta \sigma = |s1_x - \sigma_x|. \quad (17)$$

Общее количество формируемых выборок и, соответственно, величин Δs и $\Delta \sigma$ равнялось 10^4 . По полученному массиву значений строились гистограммы этих величин и определялись средние значения этих смещений как средневзвешенные арифметические величины. Например, среднее смещение выборочного стандартного отклонения относительно генерального:

$$\overline{\Delta \sigma} = \Delta \sigma_j \cdot w_j, \quad (18)$$

где $\Delta \sigma_j$ – значение величины $\Delta \sigma$ в j -м интервале гистограммы; w_j – относительная частота в j -м интервале гистограммы.

Аналогичным образом определялось среднее смещение оценок стандартных отклонений $\overline{\Delta s}$. Полученные значения сопоставлялись друг с другом.

Также по критерию Фишера проверялась статистическая гипотеза об однородности выборочных дисперсий, получаемых по формулам (14), (15). Наблюдаемое значение критерия рассчитывалось по формуле

$$F = \frac{s1_x^2}{s2_x^2}. \quad (19)$$

Дисперсии будут считаться однородными при выполнении условия

$$F < F_{кр}(\alpha, f1, f2), \quad (20)$$

где $F_{кр}(\alpha, f1, f2)$ – критическое значение критерия Фишера при уровне значимости α , и числе степеней свободы дисперсии соответственно стоящей в числителе $-f1$ и в знаменателе $-f2$.

Кроме того, проверялась статистическая гипотеза о равенстве математических ожиданий выборочных дисперсий $s1_x^2$ и $s2_x^2$ генеральному параметру σ^2 . В случае одностороннего ограничения нулевая H_0 и альтернативная \bar{H} статистические гипотезы формулируются следующим образом:

- 1) $H_0: E(s^2) = \sigma^2$;
- 2) $\bar{H}: E(s^2) > \sigma^2$,

где E – символ операции нахождения математического ожидания.

В этом случае нулевая гипотеза не отвергается при выполнении следующего условия¹:

$$\frac{s^2}{\sigma^2} < \frac{\chi^2(1-\alpha, v)}{v}, \quad (21)$$

где $\chi^2(1-\alpha, v)$ – квантиль χ^2 -распределения уровня $(1 - \alpha)$ с v степенями свободы; α – уровень значимости.

Число степеней свободы равно

$$v = q - 1. \quad (22)$$

В случае двустороннего ограничения в альтернативной гипотезе выборочная дисперсия может быть как больше, так и меньше генеральной. В этом случае условие принятия нулевой гипотезы выглядит следующим образом:

$$\frac{\chi^2\left(\frac{\alpha}{2}, v\right)}{v} < \frac{s^2}{\sigma^2} < \frac{\chi^2\left(1-\frac{\alpha}{2}, v\right)}{v}. \quad (23)$$

Таким образом, нулевая гипотеза не отвергается при попадании выборочной дисперсии в интервал, определяемый неравенством

¹ ГОСТ Р ИСО 5725-6-2002. Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений. Часть 6. Использование значений точности на практике. М. : Стандартиформ, 2009. 88 с.

$$\frac{\chi^2\left(\frac{\alpha}{2}, \nu\right)}{\nu} \cdot \sigma^2 < s^2 < \frac{\chi^2\left(1 - \frac{\alpha}{2}, \nu\right)}{\nu} \cdot \sigma^2. \quad (24)$$

Результаты проверок позволяют принять или отвергнуть выдвинутую гипотезу об отсутствии различия в способе осреднения сумм квадратов отклонений в случае малых выборок.

Результаты

Гистограмма распределения величины смещения $\Delta\sigma$ показана на рис. 1.

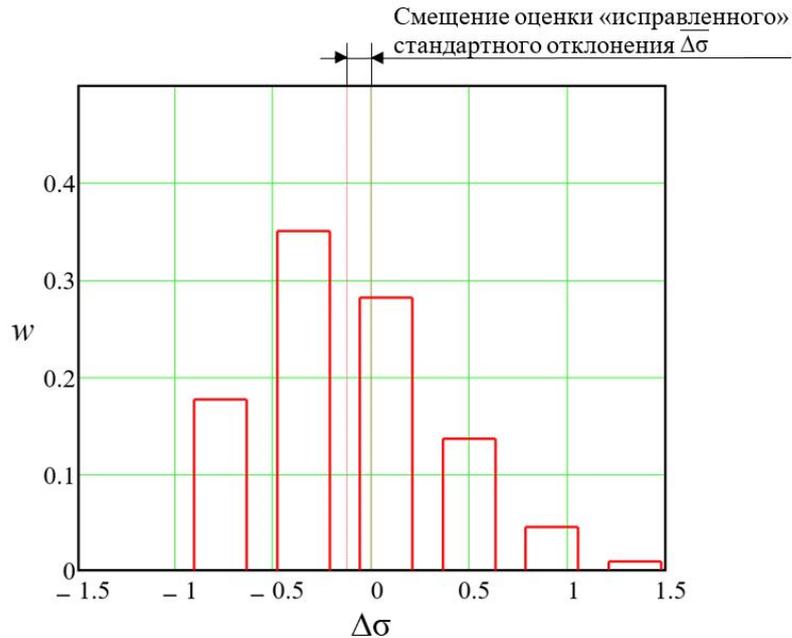


Рис. 1. Гистограмма отклонения выборочного стандартного отклонения от генерального

Результаты имитационных экспериментов показали зависимость величин $\Delta\sigma$ и Δs от объема выборки (рис. 2).

Данные графики получены по большому количеству единичных выборок (10^4 шт.), но в условиях реальных измерений всегда имеют дело с ограниченным количеством выборок малого объема. Поэтому встает вопрос о соотношении величин Δs и $\Delta\sigma$ в отдельной малой выборке. Для этого в каждой полученной выборке по формулам (16), (17) находились смещения Δs и $\Delta\sigma$, рассчитывалось их отношение $\Delta\sigma/\Delta s$ и определялась доля выборок δ , в которой это отношение было больше единицы. Полученные результаты представлены на рис. 3.

При проверке однородности выборочных дисперсий по критерию Фишера, применяемому в случае двух сравниваемых дисперсий [8, 9], результаты обработки имитационного эксперимента в объеме 10^4 серий показаны на рис. 4, из которого следует однородность анализируемых дисперсий.

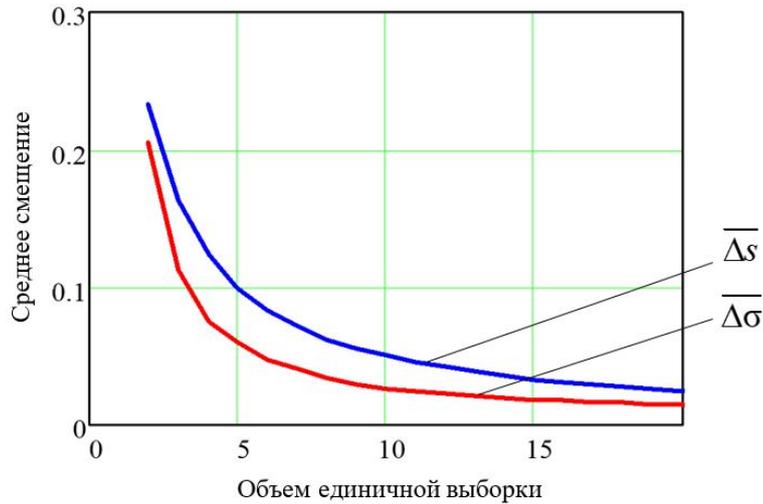
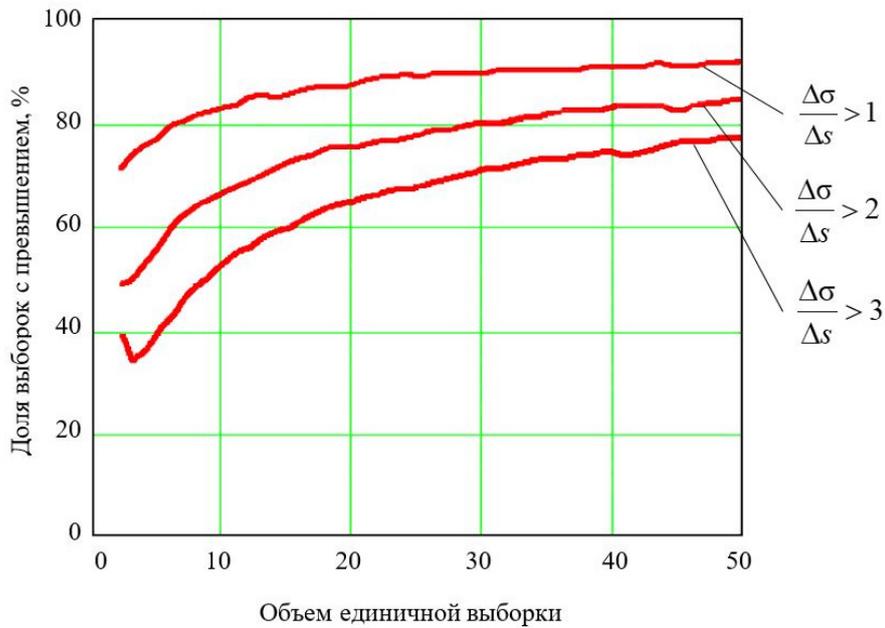


Рис. 2. Зависимость смещения от объема единичной выборки

Рис. 3. Относительная частота превышения смещения $\Delta \sigma$ над смещением Δs

Графическая интерпретация расчетов по проверке статистической гипотезы о равенстве математических ожиданий выборочных дисперсий одному и тому же генеральному параметру, проводимому с помощью условия (24), для одной из серий экспериментов показана на рис. 5. При повторном запуске генератора случайных чисел вид реализации случайного процесса менялся, однако он всегда оставался в пределах границ принятия нулевой гипотезы. Полученные результаты (рис. 5) показывают приемлемость нулевой гипотезы для обеих рассматриваемых дисперсий.

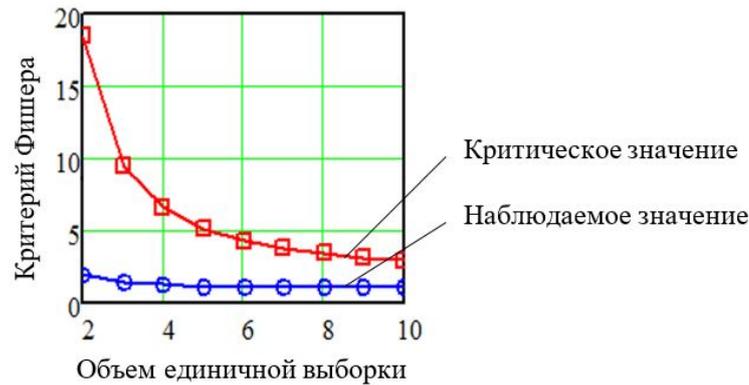


Рис. 4. Сравнение наблюдаемых и критических значений критерия Фишера

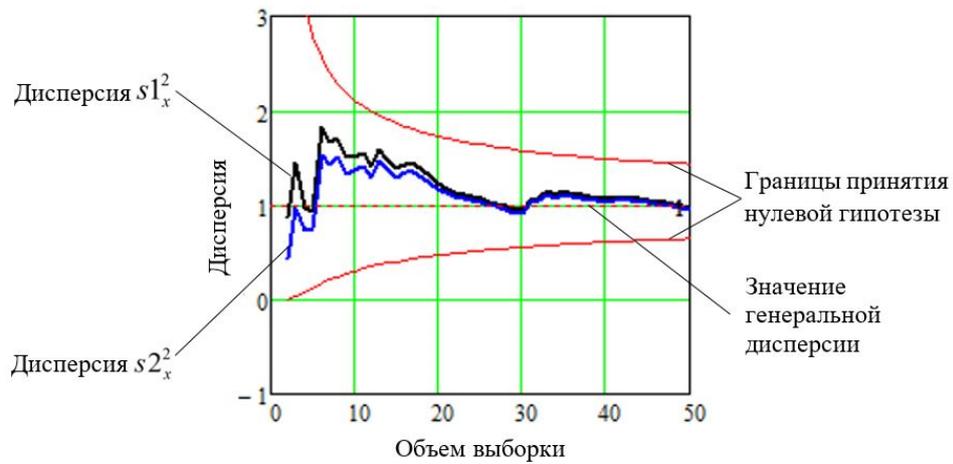


Рис. 5. Зависимость дисперсий от объема единичной выборки в одной серии экспериментов

Обсуждение

Полученные результаты (рис. 1, 2) показали наличие смещенности оценки «исправленного» стандартного отклонения случайной величины, хотя она всегда была меньше, чем смещение оценки стандартного отклонения, получаемого осреднением по объему выборки.

Из графиков (рис. 3) следует, что не менее чем в 75 % выборок наблюдается превышение смещения $\Delta\sigma$ «исправленного» стандартного отклонения от генерального значения над смещением Δs между стандартными отклонениями, получаемыми из дисперсий по формулам (14), (15). Это показывает, что различие в способе осреднения суммы квадратов отклонений нельзя считать значимым.

Данный вывод подтверждается результатами тестирования следующих статистических гипотез:

- 1) об однородности оценок дисперсий, получаемых разными способами осреднения;
- 2) о равенстве их математических ожиданий одному и тому же генеральному значению.

Заключение

Полученные результаты показывают, что при проведении измерений по стандартизованным методикам, предусматривающим проведение единичных определений очень малого количества, получение выборочной дисперсии как отношения суммы квадратов отклонений к числу степеней свободы данной статистики совершенно не уточняют ее значение по сравнению со способом осреднения по объему выборки. Известные исследования по оценке мощности статистических критериев при проверке однородности выборочных дисперсий малых выборок показывают ее крайне малое значение [10]. Это говорит о невозможности уточнения значения выборочной дисперсии за счет различных способов осреднения. Данный вывод согласуется с известными теоретическими интервальными оценками выборочных дисперсий, определяемых по малым выборкам [2]. В то же время способ осреднения по объему выборки приводит к точному выполнению правила сложения дисперсий и, следовательно, более предпочтителен при вычислении дисперсий в нисходящем методе оценки неопределенности результатов измерений¹.

Список литературы

1. Абдрахманов В. И., Добротин С. А., Косырева О. Н., Логутов В. И. Оценка неопределенности измерений линейных индексов удерживания при повышении температуры капиллярной хроматографической колонки // Измерительная техника. 2023. № 1. С. 54–63. doi: 10.32446/0368-1025it.2023-1-54-63
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов. М. : Юрайт, 2023. 479 с.
3. Синегубова С. В., Синегубов С. В. О сравнении выборочных дисперсий // Охрана, безопасность, связь. 2020. № 5-2. С. 92–95. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_43098084_26579415.pdf
4. Иголинская М. К., Смирнова Е. М., Лебединская Н. А. Математическая статистика в ветеринарии. Малые независимые выборки // Международный вестник ветеринарии. 2016. № 3. С. 177–181. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_26740186_96694161.pdf
5. Попов А. А., Косырева О. Н., Добротин С. А. Оценка показателей прецизионности результатов измерений в научных исследованиях на основе правила сложения дисперсий // Труды НГТУ им. П. Е. Алексеева. 2022. № 3. С. 32–43. doi: 10.46960/1816-210X_2022_3_32
6. Лемешко Б. Ю. Критерии проверки гипотез об однородности. Руководство по применению : монография. М. : ИНФРА-М, 2021. 248 с. doi: 10.12737/986695
7. Алдобаев В. Н., Артемьева А. Д., Масликов А. А. Исследование поведения классических критериев множественных сравнений на ненормальных неоднородных распределениях методом Монте-Карло // Вестник Воронежского государственного университета. Системный анализ и информационные технологии. 2021. № 3. С. 72–80. doi: 10.17308/sait.2021.3/3737
8. Бахарев Д. В. Оценка методом имитационного моделирования статистики критерия Фишера для смеси нормально распределенных случайных величин // Решетневские чтения : сб. тр. по материалам XXIV Междунар. науч.-практ. конф., посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева : в 2 ч. Красноярск, 2020. С. 14–15. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_44458806_96963326.pdf

¹ ГОСТ Р ИСО 21748–2021. Статистические методы. Руководство по использованию оценок повторяемости, воспроизводимости и правильности при оценке неопределенности измерений. М. : Стандартинформ, 2014. 39 с.

9. Баяндин Н. Л., Васильев К. Н., Моисеев А. А. Статистическое оценивание значимости клинических факторов // Медицина и высокие технологии. 2018. № 1. С. 5–13.
10. Борбаць Н. М., Школина Т. В. Сравнение критериев однородности дисперсий для целей управления качеством // Современные научные исследования: теория, методология, практика : сб. тр. по материалам Междунар. науч.-практ. конф. Уфа, 2019. С. 74–82.

References

1. Abdrakhmanov V.I., Dobrotin S.A., Kosyreva O.N., Logutov V.I. Estimation of the measurement uncertainty of linear retention indices with increasing temperature of a capillary chromatographic column. *Izmeritel'naya tekhnika = Measuring technology*. 2023;(1):54–63. (In Russ.). doi: 10.32446/0368-1025it.2023-1-54-63
2. Gmurman V.E. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika: uchebnik dlya vuzov = Probability theory and mathematical statistics: textbook for universities*. Moscow: Yurayt, 2023:479. (In Russ.)
3. Sinegubova S.V., Sinegubov S.V. On the comparison of sample variances. *Okhrana, bezopasnost', svyaz' = Security, safety, communications*. 2020;(5-2):92–95. (In Russ.). Available at: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_43098084_26579415.pdf
4. Igolinskaya M.K., Smirnova E.M., Lebedinskaya N.A. Mathematical statistics in veterinary medicine. Small independent samples. *Mezhdunarodnyy vestnik veterinarii = International Veterinary Bulletin*. 2016;(3):177–181. (In Russ.). Available at: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_26740186_96694161.pdf
5. Popov A.A., Kosyreva O.N., Dobrotin S.A. Assessment of precision indicators of measurement results in scientific research based on the rule of adding variances. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseeva = Proceedings of Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev*. 2022;(3):32–43. (In Russ.). doi: 10.46960/1816-210X_2022_3_32
6. Lemeshko B.Yu. *Kriterii proverki gipotez ob odnorodnosti. Rukovodstvo po primeneniyyu: monografiya = Criteria for testing hypotheses about homogeneity. Instructions for use: monograph*. Moscow: INFRA-M, 2021:248. (In Russ.). doi: 10.12737/986695
7. Aldobaev V.N., Artem'eva A.D., Maslikov A.A. Study of the behavior of classical multiple comparison tests on non-normal heterogeneous distributions using the Monte Carlo method. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Sistemnyy analiz i informatsionnye tekhnologii = Bulletin of Voronezh State University. System analysis and information technology*. 2021;(3):72–80. (In Russ.). doi: 10.17308/sait.2021.3/3737
8. Bakharev D.V. Estimation of the Fisher test statistics using a simulation method for a mixture of normally distributed random variables. *Reshetnevskie chteniya: sb. tr. po materialam XXIV Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., posvyashchennoy pamyati general'nogo konstruktora raketno-kosmicheskikh sistem akademika M.F. Reshetneva: v 2 ch. = Reshetnev readings: proceedings of the 24th International scientific and practical conference commemorating general designer of rocket and space systems, academician M.F. Reshetnev: in 2 parts*. Krasnoyarsk, 2020:14–15. (In Russ.). Available at: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_44458806_96963326.pdf
9. Bayandin N.L., Vasil'ev K.N., Moiseev A.A. Statistical assessment of the significance of clinical factors. *Medsina i vysokie tekhnologii = Medicine and high technology*. 2018;(1):5–13. (In Russ.)
10. Borbats' N.M., Shkolina T.V. Comparison of homogeneity of variance criteria for quality management purposes. *Sovremennye nauchnye issledovaniya: teoriya, metodologiya, praktika: sb. tr. po materialam Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. = Modern scientific research: theory, methodology, practice: proceedings of the International scientific and practical conference*. Ufa, 2019:74–82. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Сергей Алексеевич Добротин

доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой информационных,
естественнонаучных и гуманитарных
дисциплин, Дзержинский филиал
Российской академии народного
хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации
(Россия, Нижегородская область,
г. Дзержинск, ул. Черняховского, 24)

E-mail: dobrotin59@mail.ru

Sergey A. Dobrotin

Doctor of engineering sciences, professor,
head of the sub-department of information,
natural sciences and humanities,
Dzerzhinsk branch of The Russian
Presidential Academy of National
Economy and Public Administration
(24 Chernyakhovskogo street, Dzerzhinsk,
Nizhny Novgorod region, Russia)

Ольга Николаевна Косырева

доцент кафедры информационных,
естественнонаучных и гуманитарных
дисциплин, Дзержинский филиал
Российской академии народного
хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации
(Россия, Нижегородская область,
г. Дзержинск, ул. Черняховского, 24)

E-mail: lelia7@list.ru

Olga N. Kosyreva

Associate professor of the sub-department
of information, natural sciences
and humanities, Dzerzhinsk branch
of The Russian Presidential Academy
of National Economy and Public
Administration (24 Chernyakhovskogo
street, Dzerzhinsk, Nizhny Novgorod
region, Russia)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию / Received 06.03.2023

Поступила после рецензирования и доработки / Revised 24.05.2023

Принята к публикации / Accepted 30.06.2023